(適性検査)

1

(1) $a=-2,\ b=6,\ c=5$

(2) $\dfrac{10^{2023}+1}{10^{2024}+1} > \dfrac{10^{2024}+1}{10^{2025}+1}$

(3) $1-2\cdot\left(\dfrac{5}{6}\right)^n+\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

2

(1) $\mathrm{P}\left(\dfrac{6+5\sqrt{2}}{2},\dfrac{6+5\sqrt{2}}{2}\right),\ \ell\colon\ y=-x+6+5\sqrt{2}$

(2) $(x-11-8\sqrt{2})^2+(y-11-8\sqrt{2})^2=(11+8\sqrt{2})^2,$
$(x-1-2\sqrt{2})^2+(y-1-2\sqrt{2})^2=(1+2\sqrt{2})^2$

3

(1) 数学的帰納法を用いて示す．以下省略.

(2) 任意の自然数 n について，

$$a_n^2-a_{n+1}^2=a_n^2-(2a_n-1)=(a_n-1)^2$$

が成り立つ．(1) より $a_n-1>0$ であることから，$a_n^2>a_{n+1}^2$ が成り立つ．さらに，(1) より a_n, a_{n+1} のいずれも正であることから，$a_n>a_{n+1}$ が成り立つ.

(3) 数学的帰納法を用いて示す．以下省略.

(4) 任意の正の実数 h について，$1+\dfrac{10}{m}<1+h \Leftrightarrow m>\dfrac{10}{h}$ を満たすような自然数 m は存在する．そのような m について，(3) より，

$$a_m<1+\frac{10}{m}<1+h$$

が成り立つ．また (2) より，

$$a_m>a_{m+1}>a_{m+2}>\cdots$$

が成り立つ．以上の議論により，題意が示される.

(適性検査：出題の意図)

1 いずれも高校数学の基本的理解度を問う問題である。(1) は放物線と直線が接する条件から、微分を用いて不明な係数や座標値を計算する問題。(2) は指数法則を用いて数値の大小関係を示す問題。(3) は二つの異なる事象の積事象・和事象やそれらの余事象を正確に把握して、所望の確率を計算する問題。

2 図形の方程式に関する基本的理解度を問う問題である。特に、問題の幾何的設定を正しく把握して、適切な二次方程式の問題に帰着できるかを問う問題となっている。

3 一般項を求めることが難しい数列に関する証明問題である。(1) と (3) においては、数学的帰納法による証明を正しく記述できるかが問われている。(4) は命題の論理構造を正しく把握することが問われている。いずれの小問においても、求められている式の変形や展開は基本的なものである。